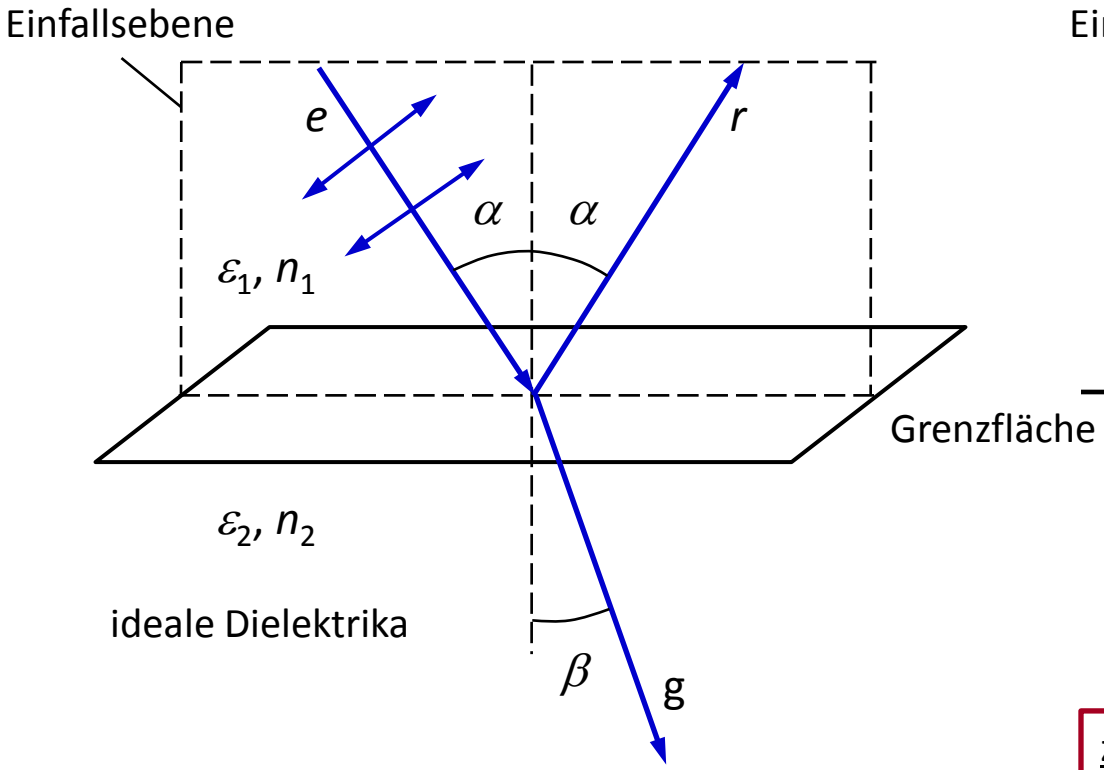
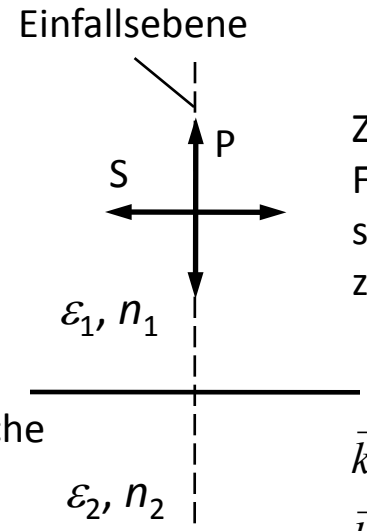
FRESNELsche Formeln





Zerlegung der elektrischen Feldstärke in zwei Komponenten, senkrecht (S) und parallel (P) zur Einfallsebene.

$\vec{k} \perp \vec{E}_{0,S} \perp$ zur Einfallsebene

$\vec{k} \perp \vec{E}_{0,P} \parallel$ zur Einfallsebene

Intensität (Energieflussdichte)

$$< I > = \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot c \cdot < \overline{E^2} > = \tfrac{1}{2} \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot c \cdot E_0^2$$

$$< I > = \tfrac{1}{2} \cdot \varepsilon_0 \cdot c_0 \sqrt{\varepsilon} \cdot E_0^2 \sim \sqrt{\varepsilon} \cdot E_0^2 \sim n \cdot E_0^2$$

$$c_0 / c = n = \sqrt{\varepsilon}$$

<u>zwei Forderungen:</u>

1. Stetigkeit des Energiestromes senkrecht zur Grenzfläche

2. Stetigkeit der Tangentialkomponente der elektrischen Feldstärke in der Grenzfläche

JM©

S – Polarisation

Stetigkeit

Energiefluss: $(1)\quad \sqrt{\varepsilon_1}\cdot\left(E_{0e}^2 - E_{0r}^2\right)\cdot\cos\alpha = \sqrt{\varepsilon_2}\cdot E_{0g}^2\cdot\cos\beta$

Tangentialkomponente: $(2)\quad E_{0e} + E_{0r} = E_{0g}$

$$(1)/(2):\quad \frac{\sqrt{\varepsilon_1}\cdot\left(E_{0e}^2 - E_{0r}^2\right)\cdot\cos\alpha}{E_{0e}+E_{0r}} = \frac{\sqrt{\varepsilon_1}\cdot\left(E_{0e}+E_{0r}\right)\cdot\left(E_{0e}-E_{0r}\right)\cdot\cos\alpha}{E_{0e}+E_{0r}} = \frac{\sqrt{\varepsilon_2}\cdot E_{0g}^2\cdot\cos\beta}{E_{0g}}$$

mit Brechungsgesetz: $\sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}$ ➔ $\left(E_{0e}-E_{0r}\right)\cdot\sin\beta\cdot\cos\alpha = E_{0g}\cdot\sin\alpha\cdot\cos\beta$

$$E_{0e} + E_{0r} = E_{0g}$$

$$E_{0r} = -E_{0e}\cdot\frac{\sin(\alpha-\beta)}{\sin(\alpha+\beta)}$$

$$E_{0g} = E_{0e}\cdot\frac{2\cdot\sin\beta\cdot\cos\alpha}{\sin(\alpha+\beta)}$$

Reflexionskoeffizient (r_S) und Transmissionskoeffizient (t_S):

$$r_S = \frac{E_{0r}}{E_{0e}} = -\frac{\sin(\alpha-\beta)}{\sin(\alpha+\beta)}$$

$$t_S = \frac{E_{0g}}{E_{0e}} = \frac{2\cdot\sin\beta\cdot\cos\alpha}{\sin(\alpha+\beta)}$$

Reflexionsvermögen (R_S) und Transmissionsvermögen (T_S):

$$R_S = \left(\frac{E_{0r}}{E_{0e}}\right)^2 = \left[\frac{\sin(\alpha-\beta)}{\sin(\alpha+\beta)}\right]^2$$

$$T_S = 1 - R_S$$

JM©

P – Polarisation

Stetigkeit

Energiefluss: (1) $\sqrt{\varepsilon_1}\cdot\left(E_{0e}^2 - E_{0r}^2\right)\cdot\cos\alpha = \sqrt{\varepsilon_2}\cdot E_{0g}^2\cdot\cos\beta$

Tangentialkomponente: (2) $\left(E_{0e} + E_{0r}\right)\cdot\cos\alpha = E_{0g}\cdot\cos\beta$

$$(1)/(2):\quad \frac{\sqrt{\varepsilon_1}\cdot\left(E_{0e}^2 - E_{0r}^2\right)}{\left(E_{0e}+E_{0r}\right)} = \frac{\sqrt{\varepsilon_1}\cdot\left(E_{0e}+E_{0r}\right)\cdot\left(E_{0e}-E_{0r}\right)}{\left(E_{0e}+E_{0r}\right)} = \frac{\sqrt{\varepsilon_2}\cdot E_{0g}^2}{E_{0g}}$$

mit Brechungsgesetz: $\sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}$ ➔

$$\left(E_{0e} - E_{0r}\right)\cdot\sin\beta = E_{0g}\cdot\sin\alpha$$

$$\left(E_{0e} + E_{0r}\right)\cdot\cos\alpha = E_{0g}\cdot\cos\beta$$

$$E_{0r} = -E_{0e}\cdot\frac{\tan(\alpha-\beta)}{\tan(\alpha+\beta)}$$

$$E_{0g} = E_{0e}\cdot\frac{2\cdot\sin\beta\cdot\cos\alpha}{\sin(\alpha+\beta)\cdot\cos(\alpha-\beta)}$$

Reflexionskoeffizient (r_P) und Transmissionskoeffizient (t_P):

$$r_P = \frac{E_{0r}}{E_{0e}} = -\frac{\tan(\alpha-\beta)}{\tan(\alpha+\beta)}$$

$$t_P = \frac{E_{0g}}{E_{0e}} = \frac{2\cdot\sin\beta\cdot\cos\alpha}{\sin(\alpha+\beta)\cdot\cos(\alpha-\beta)}$$

Reflexionsvermögen (R_P) und Transmissionsvermögen (T_P):

$$R_P = \left(\frac{E_{0r}}{E_{0e}}\right)^2 = \left[\frac{\tan(\alpha-\beta)}{\tan(\alpha+\beta)}\right]^2$$

$$T_P = 1 - R_P$$

JM©

Sonderfälle

(a) Totalreflexion

Grenzwinkel (α_T): $\beta = \frac{\pi}{2}$

Reflexion: $R_S = R_P = 1$ Transmission: $T_S = T_P = 0$

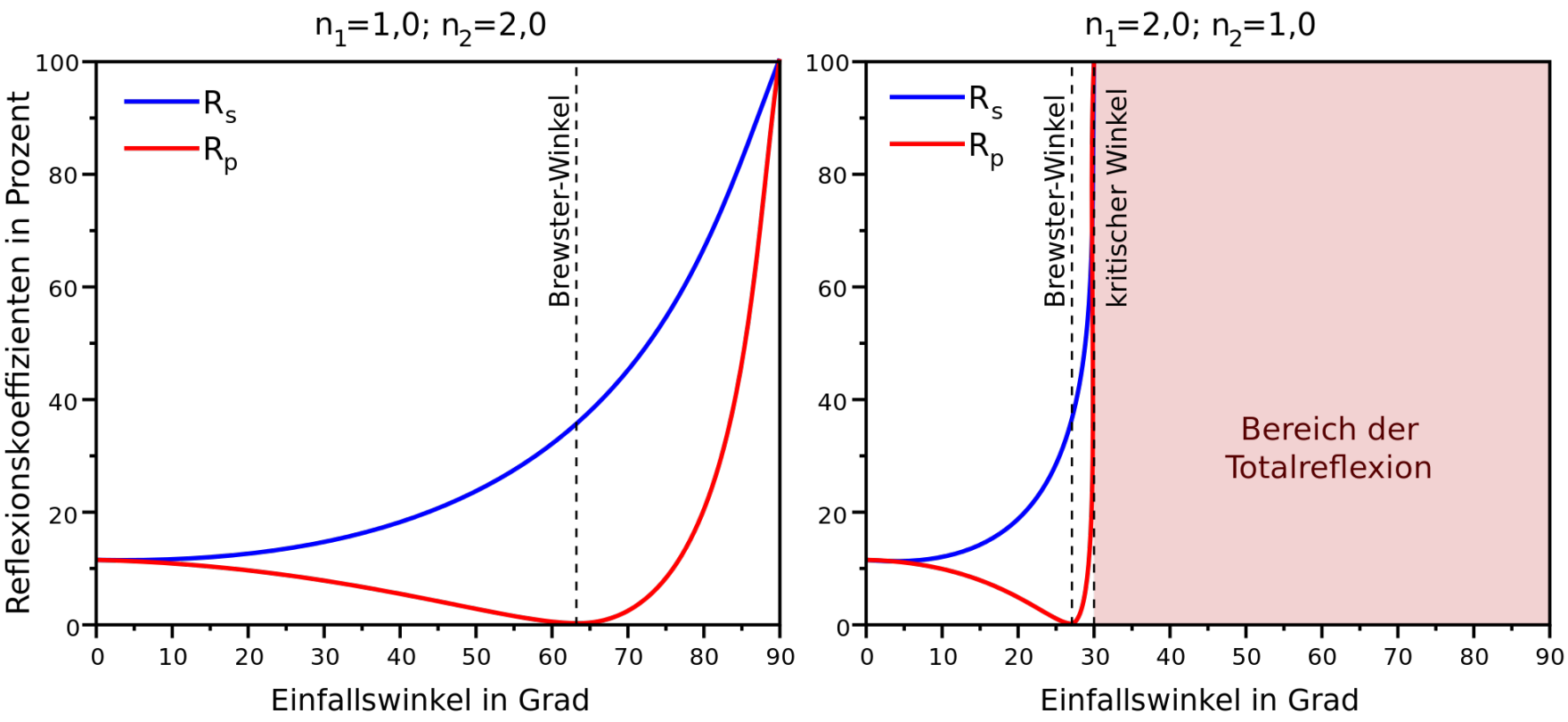
(b) BREWSTER-Gesetz

BREWSTER-Winkel (α_B): $\alpha_B + \beta = \frac{\pi}{2}$

Reflexion: $R_P = 0$, $R_S = \sin^2(2\alpha_B - \pi/2)$ Transmission: $T_P = 1$, $T_S = 1 - \sin^2(2\alpha_B - \pi/2)$

JM©

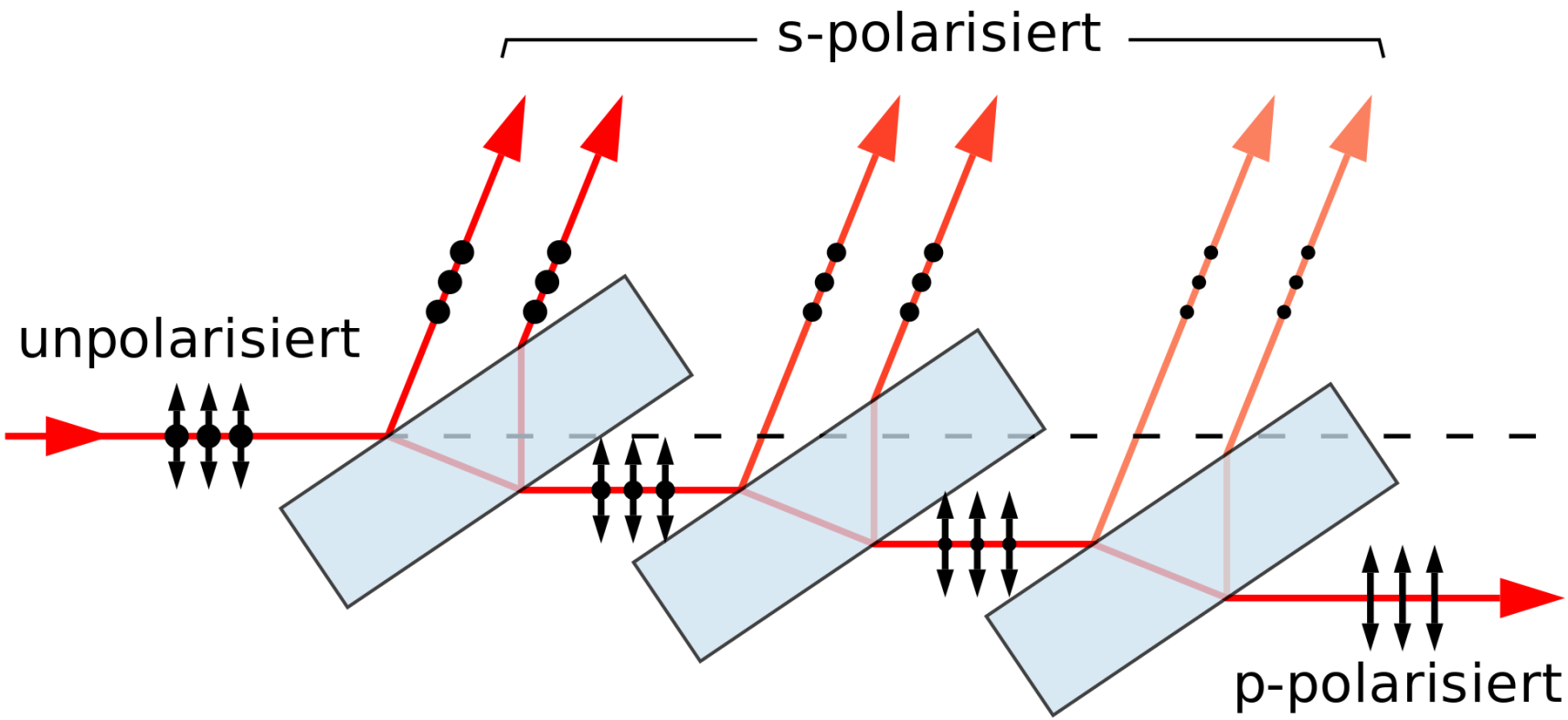
Beispiel: Reflexionskoeffizienten



Quelle: http://de.wikipedia.org/wiki/Brewster-Winkel

JM©

Beispiel: Polarisator (BREWSTER-Winkel)



Quelle: http://de.wikipedia.org/wiki/Brewster-Winkel

JM©